Mécanique classique

Loi de Newton 1687

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F(x,t) \qquad [F = m\gamma]$$

pour avoir une équation du 1er ordre

→ équations de Hamilton

$F(x,t)$ est une force potentielle

$$F = -\left(\frac{\partial V}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial V}{\partial x_d}\right) =: -\frac{\partial V}{\partial x}$$

Rappels

$$p := m\frac{dx}{dt}$$

introduisons l'Hamiltonien (ou énergie totale)

$$H(x,p,t) := \frac{1}{2m}|p|^2 + V(x,t)$$

le 1er terme $\frac{1}{2m}|p|^2 = \frac{1}{2}m\left|\frac{dx}{dt}\right|^2$ s'appelle énergie cinétique ($\frac{1}{2}mv^2$)

Donc les équations de Newton peuvent s'écrire sous la forme (Equations Hamilton 1833)

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} \qquad \frac{dp(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

déterminant un champ de vecteurs $v := \left(\frac{\partial H}{\partial p}, -\frac{\partial H}{\partial x}\right)$ sur l'espace des phases

modèle de l'oscillateur harmonique

$$H(x,p) = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

avec $k = \frac{d^2V}{dx^2}(0) > 0$ $\quad V(x)$ = énergie potentielle

Relativité générale avec constante cosmologique

$$R_{jk} - \frac{1}{2}g_{jk}R + \Lambda g_{jk} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{jk}$$

→

RELATIVITE GENERALE

"La relativité selon Einstein" Jean Hladik p. 86-97

géométrie espace temps = matière énergie

courbure scalaire de l'espace obtenue à partir des R_{jk}

$$\boxed{R_{jk} - \frac{1}{2}g_{jk}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{jk}}$$

$\underbrace{j \text{ et } k \text{ de } 1,2,3,4}_{\text{Espace Temps}}$ (espace riemannien à 4 dimensions)

R_{jk} = tenseur Riemann-Christoffel

g_{jk} = fonction des coordonnées d'espace temps

par ex : dépendamment g_{jk} vont dépendre entre autres du degré de distance ou entre ou fonction de l'intensité de la gravitation

énergie impulsion

T_{jk} = tenseur énergie/impulsion

⇒ 16 équations qui se réduisent à 10 car les tenseurs sont symétriques

$$R_{jk} = R_{kj} \quad \text{et} \quad T_{jk} = T_{kj}$$

$$\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \end{bmatrix}$$ = tenseur (matrice à 16 chiffres)

métrique de l'espace temps en coordonnées de GAUSS (ESPACE DE RIEMANN à 4 dimensions)

Coordonnées de Gauss : u, v, w et t

$$ds^2 = g_{11}du^2 + 2g_{12}du\,dv + 2g_{13}du\,dw \ldots + \ldots - g_{44}dt^2$$

Tenseur pages 207 et 208 électromagnétisme 2

Exemple : tenseur de polarisabilité

$$P_x = \alpha_{xx}E_x + \alpha_{xy}E_y + \alpha_{xz}E_z$$
$$P_y = \alpha_{yx}E_x + \alpha_{yy}E_y + \alpha_{yz}E_z$$
$$P_z = \alpha_{zx}E_x + \alpha_{zy}E_y + \alpha_{zz}E_z$$

S'écrit

$$P_i = \sum_j \alpha_{ij}E_j$$

on peut même l'écrire simplement

$$P_i = \alpha_{ij}E_j$$

Equation de Schrödinger — mécanique quantique p. 466

$$-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\nabla\right)\cdot\left(\frac{\hbar}{i}\nabla\right)\Psi + q\phi\Psi$$

ϕ = potentiel électrique ⇒ $q\phi$ = énergie potentielle

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \text{opérateur Laplacien}$$

$\hat{H}$ = hamiltonien $\quad \partial$ "d rond" = dérivée partielle qui n'agit que sur une variable

a.b → produit scalaire (le "point" est la fonction produits scalaires)